



**Corso di
FONDAMENTI DI TECNICA DELLE
COSTRUZIONI**

APPUNTI SULLA SICUREZZA STRUTTURALE

Prof. Ing. Angelo MASI

LA SICUREZZA STRUTTURALE

1.1 *La progettazione strutturale*

La progettazione delle strutture, come ogni altra attività progettuale, è un'operazione di tipo sintetico in cui intervengono fantasia, intuizione, esperienza.

Il prodotto della progettazione però deve sottostare al vaglio della verifica che, al contrario, è una procedura di tipo analitico e pertanto può essere molto più facilmente sistematizzata e regolamentata.

Queste considerazioni sono valide per ogni genere di progetto; nel caso del progetto strutturale inoltre la verifica è spesso di tipo quantitativo e richiede l'impiego di algoritmi numerici.

Immaginando di dover verificare una struttura già progettata, si pone il problema di definire a quali requisiti la struttura debba soddisfare.

Il primo problema che si incontra nella definizione delle prestazioni richieste alla struttura è di definire cosa sia effettivamente struttura, ossia quali parti di un edificio debbano considerarsi strutturali e quali non strutturali.

Negli edifici in muratura, ad esempio, i muri svolgono sia compiti strutturali sia compiti funzionali; nei moderni edifici a telaio (in cemento armato od in acciaio) vi è una più chiara separazione dei compiti e la struttura viene individuata nella gabbia di travi e pilastri, mentre tutti gli altri elementi sono considerati non strutturali.

Va peraltro detto che in certi casi (in presenza di azioni sismiche, ad esempio) le tamponature, normalmente considerate elementi non strutturali, interagiscono con la struttura modificandone il comportamento in modo sostanziale.

Poiché le analisi vengono svolte con riferimento a modelli che rappresentano in modo più o meno semplificato la realtà, è evidentemente preliminare stabilire cosa si deve considerare *struttura*, e quindi inserire nel modello, e cosa invece deve restarne fuori.

Individuata la struttura si devono stabilire le prestazioni che da essa si richiedono.

Per una struttura la prestazione fondamentale sta nel sopportare, senza danni per sé e per le cose sostenute, le azioni determinate dall'ambiente esterno. Pertanto per poter procedere oltre occorre classificare e quantificare le azioni che prevedibilmente agiranno sulla struttura nell'arco della sua vita utile.

Questo tra l'altro pone un problema preliminare: quale possa o debba essere la durata della vita utile delle costruzioni.

Le opere del passato hanno superato, spesso indenni e senza particolari interventi di manutenzione, molti secoli, ma le tecnologie costruttive attuali (cemento armato, acciaio) non sembrano garantire, a meno di importanti e frequenti manutenzioni, una analoga durabilità; attualmente si fissa convenzionalmente la vita utile minima degli edifici ordinari in 50 anni, mentre per altre strutture più importanti tale valore sale ad almeno 100 anni.

Va detto che in genere la durata effettiva della vita utile supera tali valori di riferimento per effetto delle sovraresistenze che normalmente sono presenti nel processo di realizzazione di un'opera, sia nella fase progettuale che in quella esecutiva.

1.2 *Classificazione delle azioni*

Le azioni che si prevede potranno agire su di una costruzione possono essere classificate da diversi punti di vista.

Prima di tutto secondo la loro natura, potremo distinguere tra:

1. Azioni che si manifestano come forze agenti sulla struttura: la più importante è il peso, effetto della forza di gravità della Terra; la maggior parte delle strutture civili sono progettate per sopportare il loro peso e quello degli oggetti sostenuti. Un'altra azione che si manifesta mediante forze è la pressione esercitata dal vento.
2. Azioni che si esplicano imprimendo un moto alla struttura; esempi sono i cedimenti delle fondazioni¹ e, particolarmente importanti, le azioni sismiche.
3. Azioni di tipo termico, comprendono le variazioni di temperatura dovute ai cicli diurni e stagionali e l'azione di eventi accidentali, quali il fuoco. Nel primo caso gli effetti sono di tipo indiretto, legati alla variazione di volume dei materiali indotta dalla variazione di temperatura, nel secondo si hanno importanti fenomeni di degrado delle resistenze dei materiali che riducono gravemente la prestazione della struttura.
4. Azioni di tipo chimico, quali la corrosione dei metalli, la carbonatazione delle pietre e delle malte, anch'esse possono ridurre notevolmente la resistenza delle strutture o di loro parti.

Un altro criterio di classificazione riguarda il modo con cui la struttura reagisce all'azione; con riferimento alle azioni di tipo meccanico ed in particolare a quelle che si esplicano come forze o spostamenti impressi, si è soliti distinguere tra:

1. Azioni statiche, cioè che variano nel tempo così lentamente da indurre nella struttura accelerazioni trascurabili; l'applicazione dei pesi normalmente può essere considerata un'azione di questo genere.
2. Azioni dinamiche, per le quali gli effetti delle accelerazioni non sono trascurabili; appartengono a questa categoria l'azione sismica, la forza del vento (per la componente turbolenta), gli effetti di macchinari contenenti parti mobili di un impianto industriale, gli effetti del moto dei veicoli su di un ponte, ecc.

Inoltre le azioni possono essere classificate in base alla loro evoluzione nel tempo e distribuzione nello spazio; si può quindi distinguere tra:

1. Azioni permanenti, costituite da quelle azioni che sono presenti e costanti durante tutta la vita (od una parte rilevante di essa) della struttura. Il peso proprio ed i sovraccarichi fissi: pavimentazioni, muri divisorii, impianti fissi, sono esempi delle azioni di questo tipo.
2. Azioni variabili, sono azioni che variano nel tempo e che quindi possono anche essere assenti, ma il tempo in cui sono presenti costituisce una parte significativa del totale. Queste azioni sono spesso modellate come processi di rinnovo: l'azione rimane costante per un certo tempo, poi cambia improvvisamente valore; tali processi sono caratterizzati dalla frequenza media di rinnovo (numero dei rinnovi nell'unità di tempo), per cui si distinguono in genere due categorie di azioni:
 - (a) Azioni quasi permanenti, la cui frequenza di rinnovo è piccola e pertanto si prevedono pochi rinnovi nell'arco della vita utile dell'opera (i carichi degli arredi in un edificio di abitazione o per uffici)
 - (b) Azioni che variano con frequenza, come i sovraccarichi dovuti al peso delle persone in un edificio o al peso delle auto su di un ponte

¹ Se il terreno sottostante la costruzione viene inglobato nel modello e considerato parte della "struttura" il cedimento è una deformazione interna al sistema, prodotta dalle forze esterne; ma se l'interazione terreno-struttura è trascurata e la fondazione è vista come esterna al modello i cedimenti devono essere classificati come azioni esterne

3. Azioni accidentali. Sono azioni raramente presenti (spesso assenti in tutta la vita dell'opera) ma il cui verificarsi può avere conseguenze gravi per la sicurezza della struttura. Esempi tipici sono l'azione sismica, gli scoppi, gli urti di veicoli pesanti, la caduta di aerei, gli incendi.

1.3 Modellazione delle azioni

La verifica di una struttura richiede che si possa prevedere a quali sollecitazioni sarà sottoposta nel periodo di funzionamento; questo, salvo rari casi, non può essere noto deterministicamente, poiché ogni previsione su eventi futuri è affetta da un margine, più o meno grande, di incertezza.

Le azioni debbono, almeno in linea di principio, essere modellate come grandezze aleatorie.

Le grandezze che non variano nel tempo, come il peso proprio della struttura, possono pertanto essere descritte come variabili aleatorie, caratterizzate dalla loro distribuzione di probabilità o almeno dal valore medio e dalla deviazione standard.

La descrizione delle grandezze che variano nel tempo è molto più complessa, perché richiede l'impiego di processi stocastici.

Spesso per descrivere l'evoluzione dei carichi variabili si impiegano modelli ad onda quadra: a degli istanti selezionati a caso il valore del carico cambia in modo indipendente dal valore precedente, in accordo con una fissata distribuzione, e rimane costante tra due successivi istanti.

Il processo è caratterizzato, oltre che dalla distribuzione del carico, dalla frequenza media di rinnovo che controlla quanto di frequente il carico varia.

Un altro schema, più complicato ed utile per descrivere fenomeni soggetti ad accumulo, come la neve, impiega i processi di rinnovo (in inglese "renewal"), caratterizzati anche questi dalla frequenza di arrivi, dalla legge di distribuzione e dalla legge di variazione nel tempo delle intensità.

Le azioni accidentali spesso vengono descritte come processi di Poisson composti, caratterizzati anch'essi dalla frequenza degli eventi e da una legge di intensità.

Spesso però la descrizione del fenomeno richiede ulteriori informazioni; per esempio nel caso di un evento sismico, oltre all'accadimento ed alla intensità occorre descrivere dettagliatamente l'azione sismica, ad esempio attraverso una storia temporale delle accelerazioni del moto del terreno, la cui previsione è, ovviamente, altrettanto incerta. Una rappresentazione schematica dei processi rappresentativi delle azioni variabili ed accidentali è mostrata nella Figura 1.1

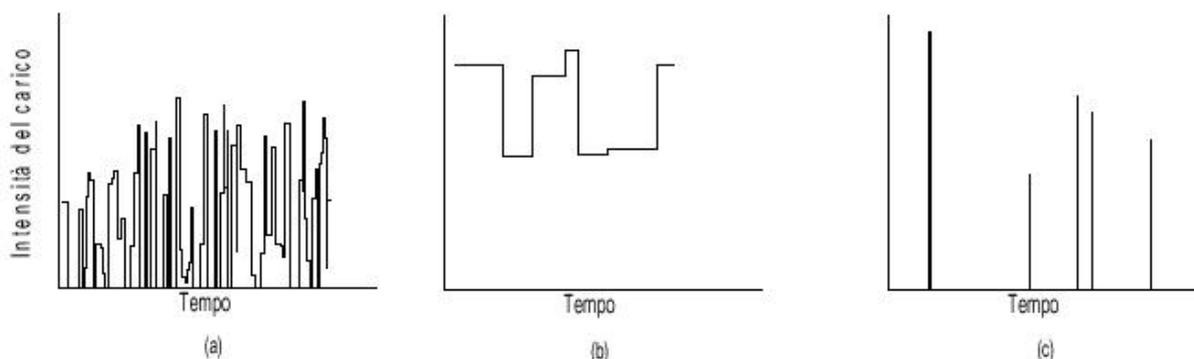


Figura 1.1: Rappresentazione dei processi dei carichi variabili, (a) rapidamente, (b) lentamente, (c) accidentali

1.4 Prestazioni: stati limite di esercizio ed ultimi

Si possono individuare diverse esigenze prestazionali di una struttura; le soglie che, spesso convenzionalmente, separano gli stati in cui le prestazioni sono garantite da quelli in cui non lo

sono, vengono chiamati **stati limite**; questi stati limite, ordinati gerarchicamente, vengono usualmente raggruppati in due categorie: *gli stati limite di esercizio e gli stati limite ultimi*.

Il superamento di uno stato limite di esercizio porta ad una riduzione della funzionalità dell'opera ma di solito non ne compromette, almeno direttamente, la resistenza; viceversa se si supera la soglia di uno stato limite ultimo non è più possibile garantire la capacità della struttura (o di una sua parte) di svolgere la sua funzione principale, che è quella di sostenere i carichi.

In Figura 1.2 le condizioni di stato limite sono rappresentate come superfici nello spazio delle azioni, cioè in uno spazio in cui un punto rappresenta uno stato di sollecitazione della struttura.

La superficie rappresentativa dello stato limite di esercizio è interamente contenuta nel dominio racchiuso nella superficie di stato limite ultimo, come è ragionevole attendersi.

Se il punto rappresentativo delle azioni è interno al dominio racchiuso dalla superficie il corrispondente stato limite è soddisfatto; risulta invece violato quando il punto attraversa la superficie uscendo dal dominio.

Nella Fig. 1.2 è mostrato come l'azione varia nel tempo, restando all'interno del dominio di esercizio fino ad un istante in cui la soglia di stato limite viene una prima volta superata; successivamente viene superata anche la superficie di stato limite ultimo.

Nel disegno le superfici di stato limite sono rappresentate fisse e deterministicamente note, ma in realtà anche le loro forma e dimensione sono incerte per i motivi che si diranno più avanti.

Poiché è prevedibile che il dominio di esercizio è contenuto in quello ultimo viene da chiedersi perché non sia sufficiente verificare che solo il più stringente degli stati limite sia soddisfatto, ma, al contrario, se ne debbano controllare più di uno.

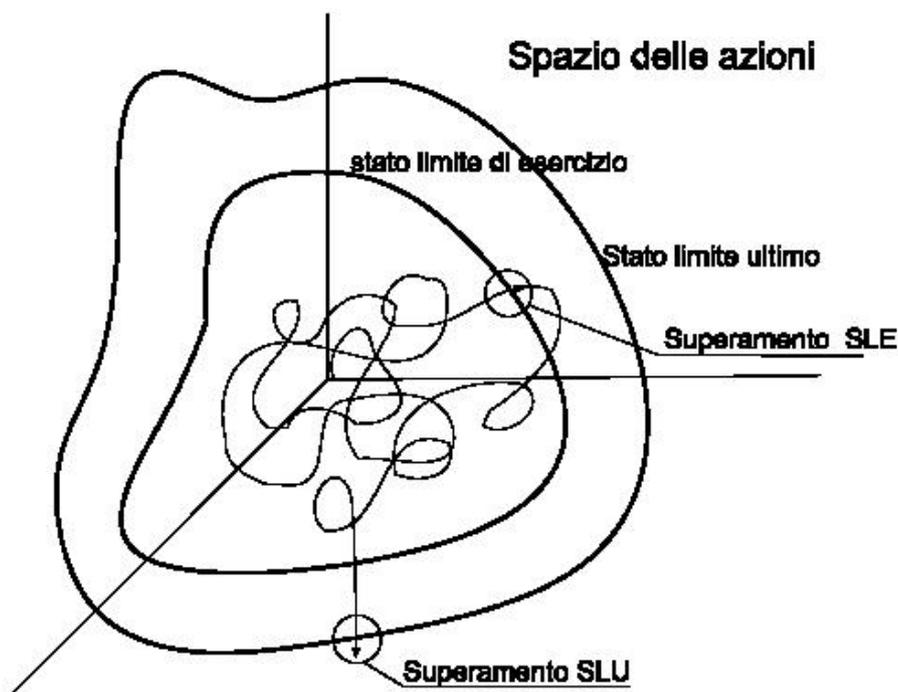


Figura1.2: Rappresentazione schematica delle azioni e delle superfici di stato limite

Il motivo è che, a causa dell'aleatorietà delle azioni (e delle resistenze), gli stati limite possono essere soddisfatti solo in senso probabilistico, controllando che la probabilità di superamento dello stato limite sia inferiore ad una soglia fissata; il livello di questa soglia è il grado di protezione che la collettività, attraverso le norme, vuole ottenere nei confronti di un evento indesiderato.

È ovvio che nei confronti di eventi le cui conseguenze sono meno gravi si adotteranno livelli di sicurezza inferiori, cioè si accetteranno probabilità maggiori che lo stato limite sia superato.

Quindi la verifica degli stati limite di esercizio non garantisce nei confronti di quelli ultimi, perché per i primi si accetta un rischio maggiore che per i secondi e non è prevedibile a priori quale dei due risulterà maggiormente vincolante per il progetto.

1.5 I materiali e la struttura

Il comportamento di una struttura, ed in particolare la sua resistenza, è prima di tutto condizionato dalle caratteristiche dei materiali con cui essa è realizzata.

La natura dei materiali impiegati condiziona in modo determinante le tipologie strutturali e spesso anche quelle architettoniche; nell'ambito di una tipologia le caratteristiche dei materiali influiscono sensibilmente la resistenza della struttura, quindi le incertezze sulle proprietà dei materiali si riflettono ovviamente su quelle dell'intera struttura.

Le incertezze sulle proprietà meccaniche dei materiali dipendono da molti fattori; se si eseguono delle misure di resistenza di campioni di uno stesso materiale, ad esempio la resistenza delle barre di acciaio provenienti da uno stesso lotto, si ottengono risultati diversi per ogni campione; la dispersione dei risultati può essere piccola, come accade per l'acciaio, o molto più grande, come nel caso dei materiali lapidei naturali od artificiali (p.es. calcestruzzo), ma è tuttavia sempre presente.

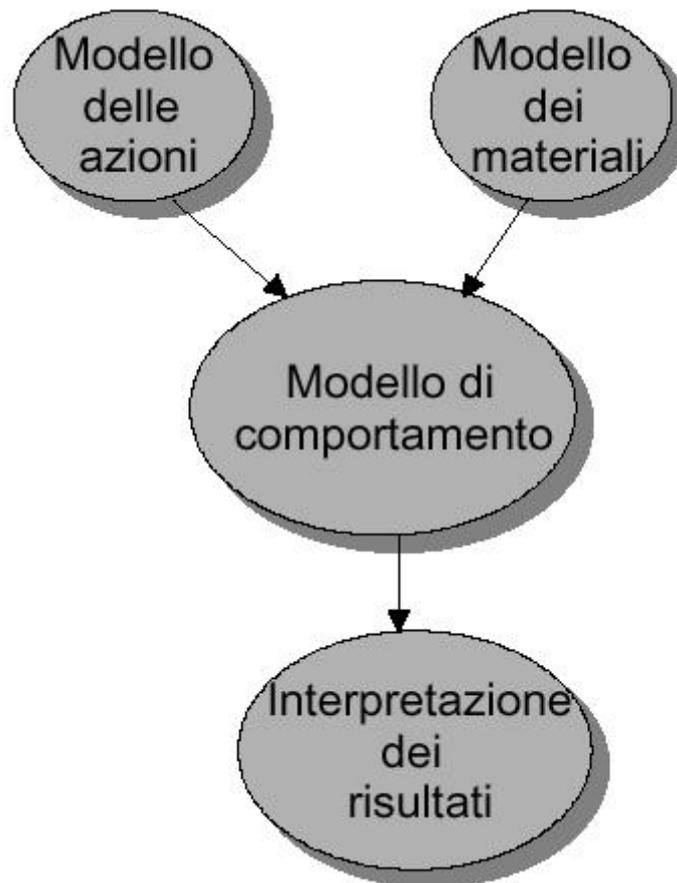


Figura1.3: Schema a blocchi del processo di previsione del comportamento di una struttura

La dispersione dei dati relativi all'acciaio può essere misurata direttamente e ridotta aumentando i controlli; per il calcestruzzo questo è impossibile poiché al momento del progetto il materiale ancora non esiste e le sue proprietà non possono essere misurate; pertanto la resistenza del calcestruzzo, oltre che dispersa, è incerta, cioè il suo valore non può essere a priori misurato, ma deve essere previsto sulla base di conoscenze indirette e soggettive, per esempio sull'affidabilità del

processo di produzione; i controlli saranno possibili solo a posteriori su campioni prelevati dai getti, peraltro non del tutto identici al materiale impiegato nella struttura, a causa delle differenze nelle condizioni di maturazione.

Le aleatorietà relative al comportamento della struttura non dipendono però solo dalle dispersioni e dalle incertezze circa il comportamento dei materiali, anzi in certi casi queste non sono la maggior fonte di indeterminazione; un'ulteriore causa di incertezza è costituita dall'imprecisione del modello utilizzato per descrivere il comportamento della struttura.

Questi modelli possono essere grossolani o raffinati, ma in ogni caso sono in grado di cogliere solo in modo approssimato l'effettivo comportamento della struttura reale, pertanto i risultati delle analisi sono sempre affetti da errori la cui entità può solo essere quantificata in modo probabilistico. La definizione dello stato limite, sia di esercizio sia di collasso, è poi sempre convenzionale in quanto o non esiste una soglia rigida che separa il buon funzionamento da quello cattivo o non è realmente possibile individuare attraverso l'analisi un fenomeno complesso ed incerto come il collasso (di cosa: dell'intera struttura? di una parte? di un elemento?).

Nella Figura 1.3 sono rappresentate schematicamente le principali fasi del processo di modellazione richiesto per la previsione delle prestazioni di una struttura, già descritte in precedenza; ciascuna richiede la formulazione di un modello, più o meno accurato, idoneo a descrivere il fenomeno fisico corrispondente.

Oltre alle incertezze e le dispersioni proprie al fenomeno in questa fase si introducono errori, a causa dell'imprecisione dei modelli, e quindi ulteriore incertezza; ad esempio l'ipotesi che gli eventi sismici si presentano a caso, secondo un modello poissoniano, è di solito approssimata e non corrisponde esattamente alla realtà, così come la legge di Gutenberg-Richter di distribuzione delle intensità.

Infine i parametri del modello sono spesso determinati in modo approssimato, sulla base di dati insufficienti od inesatti.

Infine si deve ricordare un'altra causa che può produrre uno scarto anche molto grande tra le previsioni del modello ed il comportamento reale della struttura: l'errore grossolano.

Errori di questo tipo si possono verificare in tutte le fasi del processo di progettazione (p.es. utilizzo di un modello completamente erroneo del comportamento strutturale, un errore di calcolo che modifica di un ordine di grandezza il valore di un parametro importante, errori nella rappresentazione dei disegni esecutivi) o nella fase di esecuzione dell'opera.

Questi errori sono particolarmente pericolosi poiché possono dar luogo a scarti molto grandi tra previsione e realtà; mentre per le cause di aleatorietà descritte prima si può ritenere che la probabilità dello scarto diminuisca rapidamente al crescere del valore, per l'errore grossolano c'è da attendersi che la distribuzione di questo scarto sia praticamente uniforme.

Nei confronti di errori di questo tipo non ci si può cautelare aumentando i margini tra situazione attesa e quella critica, perché è sempre possibile il verificarsi di uno scarto così grande da superare ogni ragionevole margine di sicurezza; il solo modo razionale di agire consiste nel ridurre la probabilità che gli errori grossolani si verifichino, aumentando i controlli sia in fase di progettazione sia in quella di esecuzione.

1.6 *Trattamento delle incertezze*

Per tutti i motivi indicati in precedenza appare evidente come tutte o quasi le grandezze che intervengono nei modelli di previsione delle prestazioni delle strutture, azioni, caratteristiche dei materiali, modelli di comportamento, soglie di stato limite, non possano essere precisate deterministicamente, ma richiedano quindi una trattazione probabilistica.

La risposta, positiva o negativa, circa l'adeguatezza della struttura a svolgere efficacemente le proprie funzioni, dipende dal livello di probabilità accettato che la struttura fallisca.

Questo livello di probabilità, diverso in funzione della gravità delle conseguenze del superamento dello stato limite, sebbene mai espressamente indicato, è implicito nelle normative che, in forma di leggi o di raccomandazioni, sono emanate da varie autorità nei diversi paesi.

In realtà lo scenario delineato nel precedente capoverso è un'astrazione.

Una trattazione completamente probabilistica di tutte le grandezze che influenzano il comportamento strutturale è impossibile, per l'eccessiva complicazione, da applicare a casi reali.

Lo schema sopra delineato rappresenta quindi una traccia concettuale da cui si derivano delle procedure di tipo deterministico molto più semplici.

I modelli probabilistici, per esempio delle azioni, vengono impiegati per calibrare e giustificare razionalmente, con riferimento a situazioni semplici, le procedure approssimate utilizzate poi nella pratica.

Quindi, in realtà, i codici non sono in grado di garantire un'affidabilità (intesa come probabilità di non superamento di una data soglia) uniforme a diverse strutture.

In condizioni diverse, per azioni, tipologie ed altro, si ottengono strutture che verosimilmente hanno affidabilità diverse; il fine degli estensori delle norme è che questa dispersione non sia troppo grande e che comunque si raggiunga una sicurezza minima garantita (ma non precisamente quantificata).

Si deve anche ricordare che non tutti i processi che influenzano la sicurezza sono controllati dalle norme, pertanto anche in condizioni di massima uniformità vi saranno differenze dovute a fattori esterni, p.es. l'accuratezza dell'esecuzione.

I procedimenti deterministici indicati nei codici di verifica si basano su due concetti: valori nominali e coefficienti di sicurezza.

Le grandezze aleatorie, che dovrebbero essere descritte mediante una funzione di distribuzione, vengono invece quantificate mediante un solo valore deterministico (nominale) che normalmente è definito come un valore frattile della distribuzione², solitamente del 5% inferiore per le resistenze e superiore per le azioni.

Questi valori nominali sono poi ulteriormente ridotti od amplificati mediante l'uso di coefficienti di sicurezza, che dipendono dal tipo di stato limite; nel caso di grandezze variabili nel tempo, come i carichi, si introducono inoltre dei coefficienti di combinazione, che tengono conto della probabilità che le diverse azioni siano simultaneamente presenti.

In sostanza i valori nominali delle azioni, che per definizione hanno già scarsa probabilità di verificarsi, vengono amplificati (se agiscono in verso sfavorevole alla sicurezza) o ridotti, quando agiscono nel verso favorevole, in modo da determinare una situazione più o meno rara, secondo il tipo di stato limite esaminato.

Le sollecitazioni indotte da queste azioni sono quindi confrontate con le resistenze, funzioni dei dati geometrici della struttura e delle resistenze dei materiali, i cui valori nominali sono già raramente superati verso il basso e quindi ulteriormente ridotti mediante i coefficienti di sicurezza.

Schematicamente, indicando con $S(\cdot)$ la funzione che determina una qualche significativa sollecitazione strutturale (p.es. il momento massimo in una trave), dipendente principalmente dai valori delle azioni, e con $R(\cdot)$ la funzione che esprime la corrispondente resistenza, dipendente dalle resistenze dei materiali, la verifica del fissato stato limite si intende soddisfatta se:

² Il valore frattile di una variabile aleatoria per una assegnata probabilità, è quel valore cui corrisponde la probabilità data che esso sia (inferiore) o non sia (superiore) superato.

$$S \left[\gamma_g G_k + \gamma_q \left(Q_{ik} + \sum_{j \neq i} \psi_{ij} Q_{jk} \right) \right] \leq R \left(\frac{f_{1k}}{\gamma_1}, \frac{f_{2k}}{\gamma_2}, \dots \right)$$

In cui

γ_g, γ_q coefficienti di sicurezza dei carichi (permanenti e variabili)

ψ_{ij} coefficienti di combinazione dei carichi variabili

G_k, Q_{ik} valori nominali (caratteristici) dei carichi permanenti e variabili (o accidentali)

$\gamma_1, \gamma_2, \dots$ coefficienti di sicurezza delle resistenze

f_{1k}, f_{2k}, \dots valori nominali delle resistenze dei materiali

2. LE RESISTENZE DI CALCOLO DEI MATERIALI

Le resistenze di calcolo dei materiali sono quelle definite dalle norme; in particolare per quanto riguarda la normativa italiana va seguito il DM 14.01.2008.

Le quantità R_{ck} e f_{yk} sono le resistenze caratteristiche (fig. 1.4), rispettivamente, del calcestruzzo e dell'acciaio (in particolare per il calcestruzzo valutata a 28 giorni di stagionatura). La resistenza caratteristica viene definita come quella resistenza al di sotto della quale ci si può attendere di trovare il 5% della popolazione di tutte le misure di resistenza.

Tale definizione è associata al modello probabilistico continuo normale, secondo il quale una variabile x , che nel caso in esame coincide con la resistenza, si distribuisce intorno al valore medio μ in modo simmetrico, con funzione di densità di probabilità $f(x)$ fornita dalla espressione:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} * \sigma} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu}{\sigma} \right)^2}$$

dove x varia da $-\infty$ a $+\infty$ e σ è la deviazione standard.

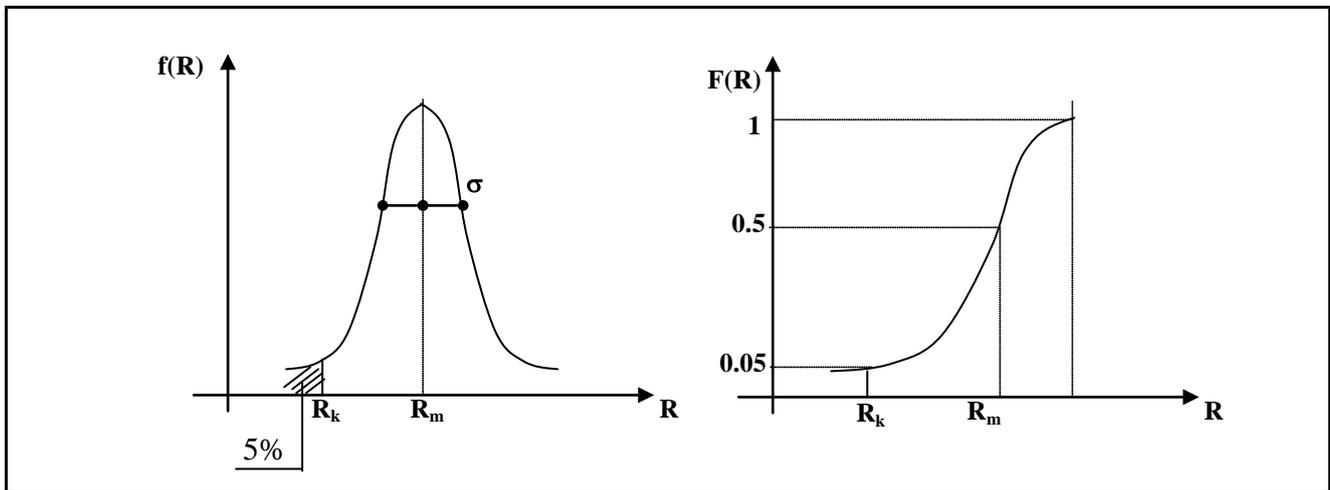


Fig. 1.4 Resistenza caratteristica

A partire da $f(x)$ si definisce la funzione cumulativa di distribuzione $F(x)$:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x_1} f(s) ds$$

che esprime la probabilità che la variabile x non superi il valore x_1 , cioè $F(x) = \text{Prob}[x \leq x_1]$.

La resistenza caratteristica R_k è quel particolare valore della variabile aleatoria R , per il quale la funzione cumulativa di distribuzione $F(x)$ vale 0.05:

$$\text{Prob}[R \leq R_k] = 0.05$$

Le resistenze caratteristiche, assegnate in fase di calcolo, vengono verificate in corso d'opera mediante il controllo di accettazione, diverso per l'acciaio ed il calcestruzzo.

Calcestruzzo

Il Direttore dei Lavori ha l'obbligo di effettuare controlli sistematici in corso d'opera per verificare d'opera per verificare la conformità delle caratteristiche del calcestruzzo messo in opera rispetto a quello stabilito dal progetto e sperimentalmente verificato in sede di valutazione preliminare.

Si definisce prelievo una coppia di cubetti A e B di lato 15, 16 o 20cm.

La resistenza dell'i-esimo prelievo è:

$$R_i = \frac{R_{Ai} + R_{Bi}}{2}$$

Si possono effettuare a questo punto due tipi di controllo in funzione del quantitativo di miscela omogenea di calcestruzzo in accettazione.

Controllo A

È riferito ad un quantitativo di miscela omogenea non maggiore di 300 m³.

Si basa su 3 prelievi (ciascuno dei quali eseguito su un massimo di 100m³, e comunque un prelievo ogni giorno di getto) da cui si ottengono le resistenze $R_1 \leq R_2 \leq R_3$, da cui:

$$R_M = \frac{R_1 + R_2 + R_3}{3} \quad \Rightarrow \quad R_M \geq R_{ck} + 3.5 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

purché sia anche $R_1 \geq R_{ck} - 3.5 \text{ [N/mm}^2\text{]}$, dove R_1 è il minore valore di resistenza dei prelievi.

Controllo B

Nella realizzazione di opere strutturali che richiedano l'impiego di più di 1500 m³ di miscela omogenea è obbligatorio il controllo di accettazione di tipo statistico (tipo B).

Si basa su almeno 15 prelievi ogni 1500 m³ di calcestruzzo gettato, e comunque un prelievo ogni giorno di getto. Complessivamente si ottengono le resistenze $R_1 \leq R_2 \leq \dots \leq R_i \leq \dots \leq R_n$ con $n \geq 15$, da cui:

$$R_M = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n R_i \quad \sigma = \sqrt{\frac{(R_M - R_i)^2}{(n-1)}}$$

si ha che $R_M \geq R_{ck} + 1.4\sigma \text{ [N/mm}^2\text{]}$, e comunque $R_1 \geq R_{ck} - 3.5 \text{ [N/mm}^2\text{]}$, dove R_1 è il minore valore di resistenza dei prelievi.

In questo caso la resistenza minima di prelievo R_1 dovrà essere maggiore del valore corrispondente al frattile inferiore 1%.

Per calcestruzzi con coefficiente di variazione $CoV (\sigma / R_m)$ superiore a 0,15 occorrono controlli più accurati, integrati con prove complementari di cui al §11.2.6 (controlli della resistenza del calcestruzzo in opera).

Acciaio per cemento armato

L'Acciaio per le strutture in cemento armato può essere del tipo B450C e B450A.

Acciaio tipo B450C

L'utilizzo dell'acciaio tipo B450C è prescritto per le costruzioni in c.a. in zona sismica. Esso deve rispettare le seguenti prescrizioni:

$f_{y\ nom}$	450 N/mm ²
$f_{t\ nom}$	540 N/mm ²

dove $f_{y\ nom}$ e $f_{t\ nom}$ indicano le tensioni di snervamento e di rottura nominali.

Inoltre devono essere rispettati i seguenti requisiti:

CARATTERISTICHE	REQUISITI	FRATTILE (%)
Tensione caratteristica di snervamento f_{yk}	$\geq f_{y\ nom}$	5.0
Tensione caratteristica di rottura f_{tk}	$\geq f_{t\ nom}$	5.0
$(f_t/f_y)_k$	$\geq 1,15$	10.0
$(f_y/f_{ynom})_k$	$< 1,35$	10.0
$(f_y/f_{ynom})_k$	$\leq 1,25$	10.0
Allungamento $(A_{gr})_k$:	$\geq 7,5\ %$	10.0
Diametro del mandrino per prove di piegamento a 90 ° e successivo raddrizzamento senza cricche:		
$\phi < 12\ mm$	4 ϕ	
$12 \leq \phi \leq 16\ mm$	5 ϕ	
per $16 < \phi \leq 25\ mm$	8 ϕ	
per $25 < \phi \leq 40\ mm$	10 ϕ	

Acciaio tipo B450A

L'acciaio tipo B450A è caratterizzato dagli stessi valori delle tensioni di snervamento e di rottura nominali del tipo B450C. Inoltre esso deve rispettare i seguenti requisiti:

CARATTERISTICHE	REQUISITI	FRATTILE (%)
Tensione caratteristica di snervamento f_{yk}	$\geq f_{y\ nom}$	5.0
Tensione caratteristica di rottura f_{tk}	$\geq f_{t\ nom}$	5.0
$(f_t/f_y)_k$	$\geq 1,05$	10.0
$(f_y/f_{ynom})_k$	$\leq 1,25$	10.0
Allungamento $(A_{gr})_k$:	$\geq 2,5\ %$	10.0
Diametro del mandrino per prove di piegamento a 90° e successivo raddrizzamento senza cricche:		
per $\phi \leq 10\ mm$	4 ϕ	

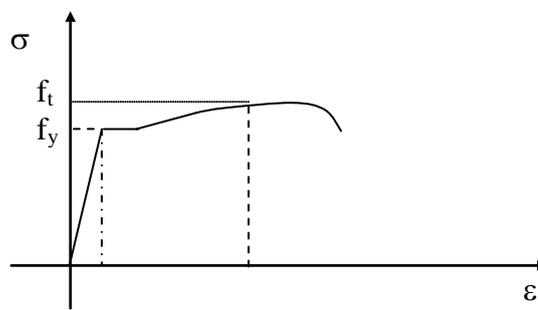
Controlli di accettazione dell'acciaio per c.a. in cantiere

I controlli di accettazione in cantiere sono obbligatori, devono essere effettuati entro 30 giorni dalla data di consegna del materiale e devono essere campionati, nell'ambito di ciascun lotto di spedizione in ragione di 3 spezzoni, marchiati, di uno stesso diametro, scelto entro ciascun lotto, sempre che il marchio e la documentazione di accompagnamento dimostrino la provenienza del

materiale da uno stesso stabilimento. In caso contrario i controlli devono essere estesi ai lotti provenienti da altri stabilimenti. Le prove di accettazione devono essere eseguite prima della messa opera del prodotto. I valori di resistenza ed allungamento di ciascun campione, riferiti ad uno stesso diametro, devono essere compresi fra i valori massimi e minimi riportati nella tabella seguente:

Caratteristica	Valore limite	NOTE
f_y minimo	425 N/mm ²	(450 – 25) N/mm ²
f_y massimo	572 N/mm ²	[450 x (1,25+0,02)] N/mm ²
A_{gt} minimo	≥ 6,0%	per acciai B450C
A_{gt} minimo	≥ 2,0%	per acciai B450A
Rottura/snervamento	$1,13 \leq f_t / f_y \leq 1,37$	per acciai B450C
Rottura/snervamento	$f_t / f_y \geq 1,03$	per acciai B450A
Piegamento/raddrizzamento	assenza di cricche	per tutti

dove f_y =tensione nominale di snervamento e f_t =tensione nominale di rottura.



LA VALUTAZIONE DELLA SICUREZZA

Lo studio di un generico sistema richiede la definizione delle seguenti grandezze:

1. quantità in ingresso: agiscono sul sistema
2. quantità di sistema: definiscono il sistema
3. quantità di uscita: descrivono la risposta

Esaminando un sistema strutturale si ha:

1. quantità in ingresso **W**: azioni applicate
2. quantità di sistema **K**: quantità geometriche (dimensioni, eccentricità...)
quantità meccaniche (modulo elastico, $\sigma_y, \sigma_u, \dots$)
3. quantità di uscita **u**: spostamenti e caratteristiche di sollecitazione interna

Il processo di calcolo di un sistema strutturale si articola nelle fasi seguenti:

1. analisi delle azioni
2. analisi delle sollecitazioni
3. analisi della sicurezza

W, K → analisi strutturale → u → valutazione della sicurezza

ANALISI DELLE AZIONI

L'analisi delle azioni richiede la definizione delle azioni stesse e del modo in cui esse agiscono sulla struttura:

In genere le azioni vengono definite attraverso la loro intensità $q(t)$; in realtà una corretta modellazione deve tener conto anche della struttura (le forze di inerzia per esempio dipendono dalla struttura ma si associano alle azioni)

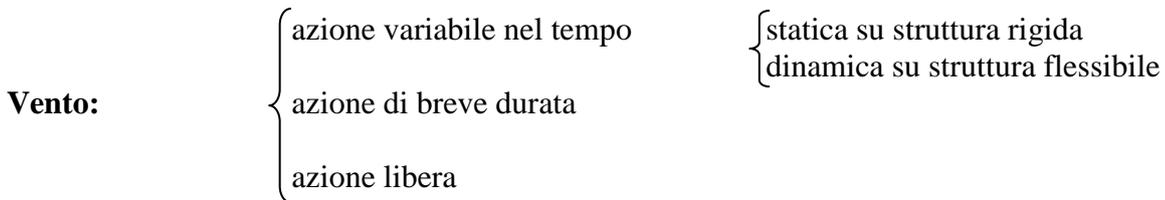
L'azione può essere modellata attraverso un termine $F=F_1 \cdot F_2 \cdot F_3$, in cui:

1. F_1 tiene conto dell'azione ambientale indipendentemente dalla struttura e si assegna fornendone il valore medio nel tempo e nello spazio; ad esempio il carico accidentale uniformemente distribuito o l'accelerazione di picco del sisma;
2. F_2 tiene conto della interazione tra azione e struttura, ed è in genere legato alle proprietà dinamiche ed alle dimensioni globali della struttura; ad esempio il fattore riduttivo o amplificativo per il carico accidentale o lo spettro di risposta elastico;
3. F_3 tiene conto del modo in cui si effettua l'analisi strutturale e delle dimensioni dei singoli elementi strutturali; ad esempio quando si utilizza un'analisi statica in condizioni di eccitazione dinamica, F_3 aumenta il valore $F_1 \cdot F_2$ (oppure si può adoperare uno spettro di risposta anelastico).

Le azioni possono essere classificate secondo le seguenti categorie:

1. azioni statiche: non inducono significative accelerazioni;
2. azioni dinamiche: inducono significative accelerazioni;
3. azioni permanenti: restano attive durante tutta la vita utile della struttura senza variazione di direzione, intensità e posizione;
4. azioni variabili nel tempo;
5. azioni di breve durata: il fattore F1 rimane costante soltanto per un periodo t molto minore della vita utile di progetto della struttura;
6. azioni di lunga durata: il fattore F1 resta costante per un periodo che è dello stesso ordine di grandezza della vita utile della struttura;
7. azioni eccezionali: agiscono come conseguenze di eventi molto poco probabili, vengono definite da una *probabilità di occorrenza* (es: $10^{-6} \div 10^{-7}$) e attraverso un valore nominale della intensità;
8. azioni fisse: hanno una distribuzione spaziale fissa nel tempo (ad esempio l'acqua contenuta in una vasca);
9. azioni libere: hanno distribuzione spaziale variabile (ad esempio i mobili)

Ogni azione appartiene a più classi e, per effetto delle caratteristiche specifiche della struttura in esame, può appartenere a due classi tra loro complementari; ad esempio:



ANALISI DELLE SOLLECITAZIONI

Le sollecitazioni vengono valutate associando alla struttura reale un modello fisico – matematico e ricavando, sulla base delle azioni applicate, le caratteristiche di sollecitazione e deformazione su tale modello.

In particolare la valutazione degli effetti delle azioni esterne sulla struttura passa attraverso due fasi:

1. modellazione fisica o schematizzazione: è il processo di semplificazione della struttura reale che si ottiene attraverso l'individuazione degli elementi essenziali e l'eliminazione degli elementi superflui nei fenomeni in esame, nonché attraverso l'adozione di alcune ipotesi semplificatrici;
2. modellazione matematica o modellazione: è il processo di descrizione matematica del fenomeno (modello matematico) che passa attraverso l'idealizzazione delle singole parti strutturali secondo modelli o tipi costruttivi cui è spesso possibile associare un equivalente fisico (modello fisico).



ANALISI DELLA SICUREZZA

Stabilite le azioni e valutate le sollecitazioni conseguenti, si effettuano le analisi di SICUREZZA, tendenti a valutare quanto la struttura sia distante dal collasso.

La valutazione di tale distanza può effettuarsi secondo due diversi approcci:

1. approccio deterministico: - metodo delle Tensioni Ammissibili
- Analisi Limite o Calcolo a Rottura
2. approccio probabilistico

Approccio Deterministico

Nonostante l'esperienza abbia sempre messo in evidenza la aleatorietà dei principali fattori che influenzano la capacità delle strutture di sopportare le azioni applicate, inizialmente la risposta a tali incertezze è stata l'adozione di coefficienti di sicurezza deterministici.

Tali coefficienti venivano calibrati su basi empiriche, combinate a tecniche per tentativi. Qualora l'uso di un certo valore del coefficiente di sicurezza sembrava fornire, per lungo tempo, una sicurezza elevata o addirittura eccessiva si riduceva gradualmente tale valore; in caso contrario, se si verificavano degli incidenti, il valore veniva incrementato.

Tra i metodi deterministici il più antico e diffuso è il metodo delle Tensioni Ammissibili, che identifica il collasso con la crisi puntuale del materiale.

Metodo delle Tensioni Ammissibili

Il metodo delle Tensioni Ammissibili è un procedimento di calcolo convenzionale con valutazione deterministica delle grandezze, che controlla la sicurezza delle strutture per le condizioni di esercizio, nell'ipotesi di comportamento elastico dei materiali.

Ciò avviene confrontando le tensioni di calcolo σ_S , prodotte dalle azioni esterne di esercizio, con quelle ammissibili (σ_{amm}) per i materiali, dedotte dai valori di rottura σ_R affetti da un coefficiente di sicurezza γ (fig.1).

Il dimensionamento consiste nel verificare che:

$$\sigma_S \leq \frac{\sigma_R}{\gamma} = \sigma_{amm}$$

I coefficienti γ vengono decisi dalle normative in modo convenzionale, sono diversi a seconda del materiale, acciaio o cls, e del tipo di stato tensionale in esame; essi sono stati definiti in base all'esperienza ma in realtà vengono oggi determinati implicitamente con criteri probabilistici, anche se poi appaiono come deterministici.

Essi sono stati scelti nei vari Paesi in base a consuetudini locali, fra le quali la maggiore o minore garanzia di buona esecuzione delle opere, e sulla base di implicite analisi costi-benefici. Ne consegue che, calcolando con il metodo delle T.A. nei diversi paesi, si ottengono dimensionamenti diversi delle strutture.

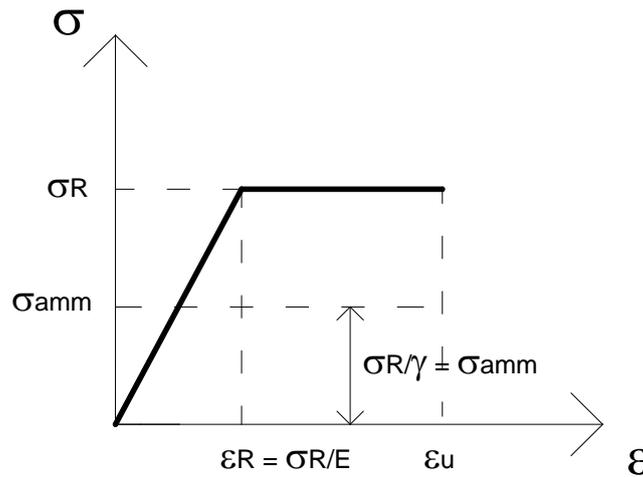


Fig. 1

Una formulazione alternativa del coefficiente di sicurezza nell'ambito delle T.A. si può ottenere ponendo $\gamma = \gamma_R * \gamma_S$, da cui:

$$\sigma_S \leq \sigma_R / (\gamma_R * \gamma_S) \qquad \sigma_{S(carichi)} \leq \sigma_{R(materiale)} / \gamma \qquad \gamma_S M_S \leq M_R / \gamma_R$$

$$\gamma_S \sigma_S \leq \sigma_R / \gamma_R$$

Le ipotesi fondamentali poste a base del metodo sono:

- a) materiale a legame costitutivo tensione-deformazione lineare;
- b) sforzi di coazione assenti;
- c) fenomeni del II° ordine assenti.

In conclusione si possono evidenziare i principali pregi e difetti del metodo delle tensioni ammissibili:

PREGI	}	<ul style="list-style-type: none"> - Facilità di applicazione - Lungo periodo di applicazione - Provata efficacia dei γ adottati come giusto compromesso tra costi e sicurezza 	}	DIFETTI	}	<ul style="list-style-type: none"> - Approccio deterministico a resistenze ed azioni - Associazione del collasso a fatti puntuali con sprechi ed inesattezze conseguenti
-------	---	---	---	---------	---	--

Analisi Limite

Un metodo alternativo alle Tensioni Ammissibili nell'ambito dell' approccio deterministico è costituito dall'Analisi Limite.

Tale metodo identifica il collasso della struttura con il suo divenire una volta labile. Le ipotesi alla base del metodo sono:

- 1) struttura a legame costitutivo rigido-perfettamente plastico;
- 2) carichi via via crescenti restando in rapporti tra loro prefissati (in sostanza si definisce un unico moltiplicatore dei carichi γ);
- 3) la trasformazione della struttura in un meccanismo (1 volta labile) avviene attraverso la formazione di cerniere plastiche puntiformi.

Operativamente si valuta il carico di collasso a partire dal carico di esercizio attraverso un moltiplicatore γ cui corrisponde la labilizzazione della struttura (fig. 12).

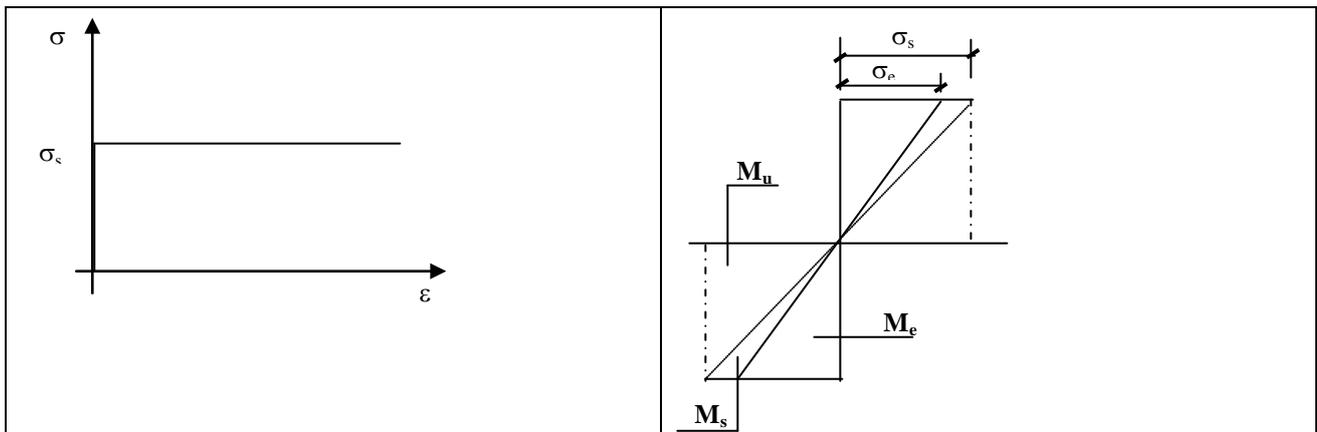
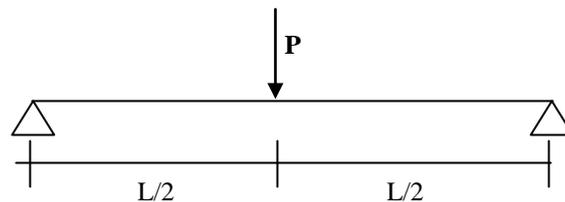


Fig. 12

$$M_{max} = \frac{Pl}{4} = M_e$$

$$\sigma_e = \frac{M_e}{W} \quad \rightarrow \quad \sigma_s = \gamma_s \frac{M_e}{W} \quad \rightarrow \quad M_s = \gamma_s M_e$$

$$M_u = \gamma_u M_s = \gamma_u \gamma_s M_e \quad \text{(meccanismo con la creazione di una cerniera plastica in mezzeria)}$$

posto $\gamma = \gamma_u \gamma_s$ **deve essere** $M_u \geq \gamma M_e$

Da cui è possibile ricavare il carico massimo applicabile alla struttura:

$$P_{max} = 4 M_e/l = (4 M_u/\gamma)/l$$

L'Analisi Limite consente di effettuare una redistribuzione dei momenti flettenti nelle strutture iperstatiche. Condizione necessaria affinché ciò sia possibile è che le cerniere plastiche possiedano sufficiente duttilità rotazionale per consentire tale redistribuzione. La redistribuzione deve essere comunque tale da portare ad una distribuzione dei momenti staticamente ammissibile.

Vediamo un esempio (fig. 13).

Effettuando una verifica allo stato limite ultimo si ottiene un carico $q_{max} = q_1$ tale che $M_{max} = M_u$, da cui:

$$q_1 = \frac{12 M_u}{l^2}$$

Applicando l'Analisi Limite nell'ipotesi di momenti ultimi uguali superiormente (momenti negativi) ed inferiormente (momenti positivi) e ipotizzando che le cerniere plastiche in corrispondenza degli incastri possiedano una adeguata duttilità rotazionale, il carico q_1 può ancora aumentare fino a raggiungere il collasso con la formazione di un meccanismo e la conseguente distribuzione di momenti flettenti (fig. 14).

Affinchè la distribuzione dei momenti sia staticamente ammissibile deve essere:

$$2M_u = \frac{q_2 l^2}{8} \quad \text{di cui} \quad q_2 = \frac{16 M_u}{l^2} \quad \rightarrow \quad \frac{q_2}{q_1} = \frac{4}{3}$$

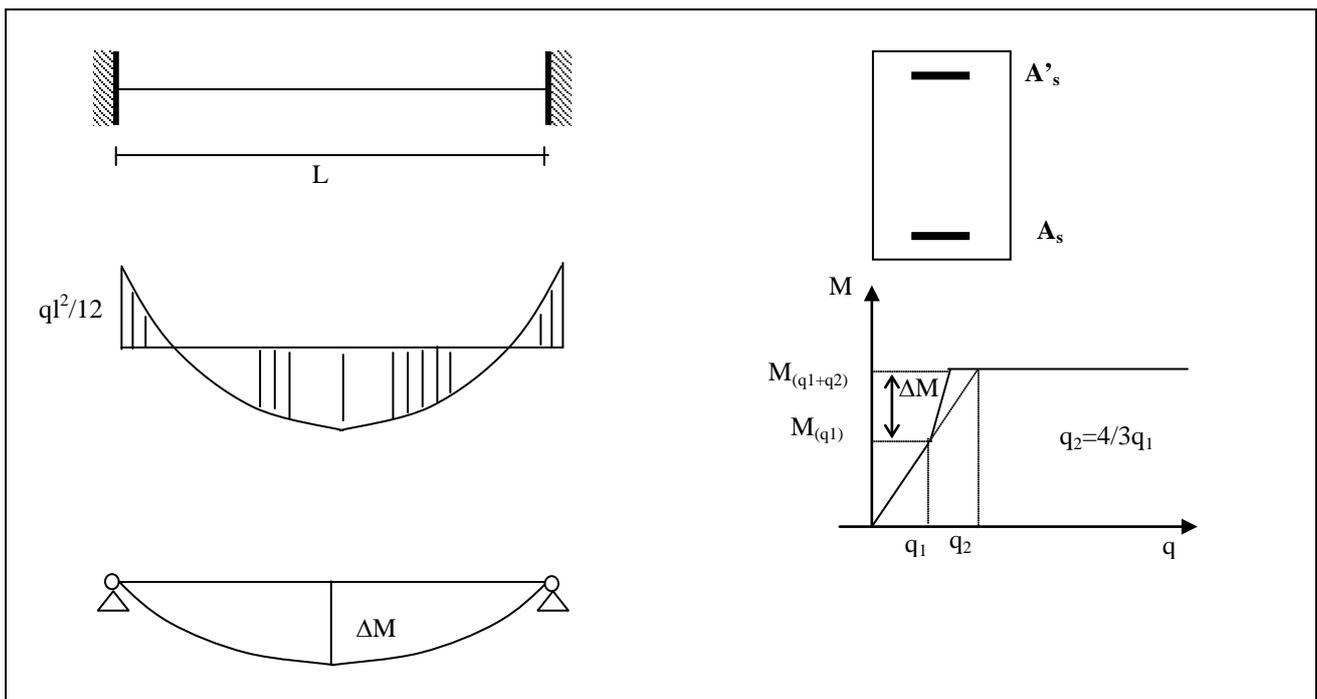


Fig. 13

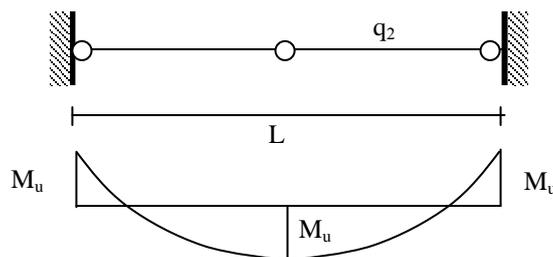


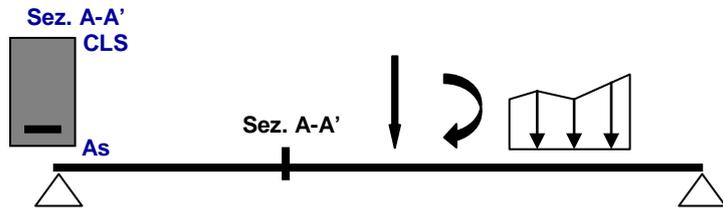
Fig. 14

I principali pregi e difetti del metodo dell'Analisi Limite possono essere così sintetizzati:

PREGI	<ul style="list-style-type: none">- Efficace individuazione delle situazioni di collasso- Sufficiente periodo di applicazione- Provata efficacia dei γ consigliati dalle norme	DIFETTI	<ul style="list-style-type: none">- Approccio deterministico- Insufficiente garanzia nei confronti delle situazioni di esercizio
--------------	---	----------------	---

IL RUOLO DELL'INCERTEZZA

La valutazione della sicurezza è fortemente condizionata dall'incertezza



1) CARATTERISTICHE DEL SISTEMA

- dimensioni
- quantità di armatura
- resistenze dei materiali

4) ESECUZIONE

- difetti gravi
- difficoltà realizzative e tecnologiche

2) CARICHI

- entità dei carichi
- distribuzione dei carichi
- aleatorietà delle

3) MODELLO

- vincoli
- ipotesi e metodi di calcolo
- errori numerici

ESEMPI

INCERTEZZE DI TIPO 1)

E' molto più affidabile l'acciaio in quanto prodotto industriale del calcestruzzo che è gettato in opera e in alcuni casi (attualmente sempre meno) anche preparato in opera.

INCERTEZZE DI TIPO 2)

E' molto più rigorosa la valutazione del peso proprio degli elementi o di un carico idrostatico sulle pareti di un serbatoio rispetto ad una azione dinamica dovuta ad un terremoto.

E' molto difficile prevedere l'andamento nel tempo dei carichi di servizio, per cui si assume allora un unico valore pari a quello massimo probabilisticamente prevedibile

INCERTEZZE DI TIPO 3)

E' molto più semplice quindi affidabile un modello per analizzare una struttura isostatica in acciaio rispetto ad una struttura a doppia curvatura in c.a.

INCERTEZZE DI TIPO 4)

E' meno probabile vi possano essere difetti di esecuzione nella realizzazione di una struttura prefabbricata rispetto ad una struttura da realizzare interamente in opera.

Approccio probabilistico

Nei primi decenni del XX secolo si iniziò ad affrontare il problema della sicurezza strutturale sulla base di un approccio probabilistico, infatti l'affermarsi di una visione più realistica e chiara del comportamento delle strutture comportava una valutazione probabilistica delle azioni e della resistenza dei materiali e, quindi, del grado di sicurezza delle strutture; la sicurezza veniva ad essere collegata con la probabilità di collasso della struttura, o quantomeno della sua fuoriuscita di servizio.

Le prime analisi statistiche sulle azioni e sulla resistenza dei materiali sono dovute a Levi (1950) ed a Freudenthal (1956).

Da circa venti anni si è giunti all'accordo di considerare tre diversi livelli dell'approccio probabilistico alla analisi della sicurezza.

Il primo livello, previsto nei codici di calcolo di numerosi paesi, trova la sua pratica applicazione nel metodo Semi Probabilistico agli Stati Limite (SPSL); in esso l'analisi della sicurezza viene condotta confrontando l'effetto delle azioni applicate S (sollecitazioni) con la capacità di prestazione R (resistenza) e verificando che sia:

$$S \leq R$$

L'aspetto probabilistico interviene nella definizione delle quantità S e R , cui si attribuisce il significato di variabili aleatorie a distribuzione normale, e nella valutazione dei loro valori di calcolo.

Come vengono trattate le incertezze nel metodo degli stati limite?

Le dimensioni geometriche sono assunte generalmente come deterministiche.

Le incertezze di tipo 1) e 2):

- Valori caratteristici delle resistenze R_k e delle azioni Q_k , cioè valori che hanno una probabilità prestabilita di essere o non essere superati
- Condizioni di carico (es. carichi disposti "a scacchiera" nel solaio)

Le incertezze di tipo 3) e 4) (+ aspetti socio-economici):

- Valori di progetto (γ_m e γ_f assegnati in maniera deterministica)

Il secondo livello prende in esame le stesse variabili aleatorie del livello 1, assumendo delle opportune distribuzioni di probabilità (normale, log-normale,...) per tali variabili, prese singolarmente e in coppia; assumendo delle distribuzioni normali si può ad esempio considerare la funzione differenza X tra la capacità di prestazione R e l'effetto delle azioni applicate S :

$$X = R - S$$

Il collasso sarà pertanto associato con la condizione $X < 0$.

Assumendo che le variabili siano statisticamente indipendenti, X avrà media μ_X e deviazione standard σ_X fornite dalle espressioni:

$$\mu_X = \mu_R - \mu_S$$

$$\sigma_X = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}$$

La probabilità di collasso è associata, in maniera inversamente proporzionale, al rapporto:

$$\beta = \frac{\mu_X}{\sigma_X}$$

definito **indice di affidabilità**.

La verifica consiste nel controllare che il valore calcolato β risulti superiore ad un prestabilito valore limite β_0 :

$$\beta > \beta_0$$

Il livello 2 è utilizzato frequentemente per la calibrazione dei valori di calcolo di R ed S utilizzati a livello 1.

Il terzo livello, sviluppatosi all'incirca contemporaneamente al livello 2, attraverso un uso completo della teoria della probabilità, punta ad individuare delle espressioni che consentano un calcolo diretto della probabilità di collasso P_f .

Pertanto nei metodi di livello 3 la misura della sicurezza è legata ad una possibilità di collasso P_f (il pedice "f" è per l'inglese *failure*) valutata rispetto ai possibili meccanismi di collasso per il caso in esame e rispetto ad un appropriato periodo di riferimento (ad es: vita utile).

Tale valore viene poi confrontato con un prestabilito valore limite P_0 . Nel caso:

$$P_f > P_0$$

la struttura non viene considerata sufficientemente sicura.

Esiste una relazione tra la probabilità di collasso P_f e l'indice di affidabilità β :

$$P_f = \Phi(-\beta)$$

in cui Φ è la funzione cumulativa della distribuzione normale standard (ossia avente $\mu=0$ e $\sigma=1$).

Va evidenziato che l'uso dell'indice β , sebbene sia equivalente alla probabilità di collasso stessa, sottolinea la natura nozionistica e formale dell'analisi della sicurezza.

In tabella viene mostrata la relazione tra β e P_f :

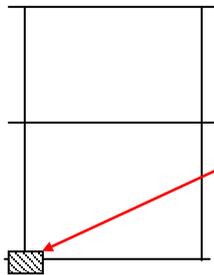
P_f	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}
β	1.3	2.3	3.1	3.7	4.2	4.7	5.2

Valori indicativi dei valori limite β_0 e P_0 possono essere:

Stato limite	β_0	P_0
Ultimo	3.8	$\approx 10^{-4}$
di servizio	1.5	$\approx 10^{-1}$

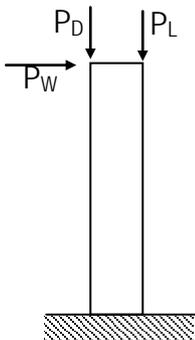
in cui si è assunto, ad esempio nel caso di edifici, una vita utile ≥ 50 anni.

Esempio: VERIFICA DI UNA COLONNA



Valutare la probabilità di collasso della colonna
 $P[R-S < 0]$

a) Valutazione delle sollecitazioni



azione	effetto	Media $\mu(\text{kg/cm}^2)$	Dev. Standard $\sigma(\text{kg/cm}^2)$	Coeff. Var. $\delta(\%)$
P_D	S_D	$\mu_D = 30$	$\sigma_D = 1$	$\delta_D = 3.3\%$
P_L	S_L	$\mu_L = 20$	$\sigma_L = 2$	$\delta_L = 10\%$
P_W	S_W	$\mu_W = 10$	$\sigma_W = 2$	$\delta_W = 20\%$
totale	S	$\mu_s = 60$	$\sigma_s = 3$	$\delta_s = 5\%$

Il valore delle azioni viene assunto con riferimento ad un certo intervallo di tempo (chiaramente i valori di P aumentano con tale intervallo).

Assumendo che le azioni P_D , P_L , P_W ed i loro effetti S_D , S_L , S_W siano eventi statisticamente indipendenti, l'effetto complessivo si può ottenere adoperando la seguente espressione (formale):

$$S = S_D + S_L + S_W$$

In termini numerici: $\mu_s = \mu_D + \mu_L + \mu_W = 60 \text{ kg/cm}^2$

$$\sigma_s = (\sigma_D^2 + \sigma_L^2 + \sigma_W^2)^{0.5} = 3 \text{ kg/cm}^2$$

da cui: $\delta_s = \sigma_s / \mu_s = 5\%$.

b) Scelta delle resistenze

Si assuma che $\mu_R = 1.5 \mu_s$ e che $\delta_R = 15\%$.

Si ottiene:

$$\begin{aligned}\mu_R &= 1.5 \times 60 = 90 \text{ kg/cm}^2 \\ \sigma_R &= \delta_R \times \mu_R = 0.15 \times 90 = 13.5 \text{ kg/cm}^2\end{aligned}$$

c) Valutazione della probabilità di collasso

Poniamo $X = (R - S)$, per cui, considerando R ed S statisticamente indipendenti:

$$\begin{aligned}\mu_X &= \mu_R - \mu_S = 30 \text{ kg/cm}^2 \\ \sigma_X &= [\sigma_R^2 + \sigma_S^2]^{0.5} = 13.8 \text{ kg/cm}^2\end{aligned}$$

Possiamo ora valutare l'indice di affidabilità β :

$$\beta = \mu_X / \sigma_X = 2.2$$

Sulla base del quale valutare la probabilità di collasso P_f in base alla relazione

$$P_f = \Phi(-\beta)$$

dove Φ è la funzione cumulativa della distribuzione standard della variabile X (per valutare $\Phi(-\beta)$ si possono adoperare apposite tabelle presenti nei manuali di statistica o software tipo EXCEL).

Nel caso in esame si ha la seguente Probabilità di collasso:

$$P_f = P[X < 0] = P[R > S] = 1.3 \times 10^{-2}$$

quindi una probabilità molto (troppo!) elevata, che significa che in 13 casi su 1000 si potrebbe avere il collasso, ossia $R < S$.

Per ridurre la probabilità di collasso, si può intervenire sulle resistenze (dunque su R) o sulle azioni (dunque su S). Assumendo, come accade generalmente, che le azioni siano un dato del problema si possono modificare le capacità resistenti in due modi: o aumentando μ_R o diminuendo σ_R .

c1) modifichiamo μ_R , cambiando la classe del materiale e lasciamo inalterata $\delta_R = 15\%$.

Si ha:

$$\begin{aligned}\mu_R &= 2 \mu_S \longrightarrow \mu_R = 120 \text{ kg/cm}^2 \\ \sigma_R &= \delta_R \times \mu_R = 0.15 \times 120 = 18 \text{ kg/cm}^2\end{aligned}$$

Rivalutiamo $X = R - S$

$$\mu_X = \mu_R - \mu_S = 60 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_X = [\sigma_R^2 + \sigma_S^2]^{0.5} = 18.2 \text{ kg/cm}^2$$

$$\beta = 3.3$$

Per cui:

$$P_f = P[X < 0] = \Phi(-\beta) = 4.8 \times 10^{-4}$$

Come si può vedere la probabilità è nettamente diminuita.

c2) manteniamo costante μ_R e riduciamo la dispersione $\delta_R=10\%$, cioè adottiamo lo stesso materiale ma lo selezioniamo più accuratamente.

Si ha:

$$\mu_R = 90 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_R = \delta_R \times \mu_R = 0.10 \times 90 = 9 \text{ kg/cm}^2$$

Rivalutiamo $X = R - S$

$$\mu_X = \mu_R - \mu_S = 30 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_X = [\sigma_R^2 + \sigma_S^2]^{0.5} = 9.5 \text{ kg/cm}^2$$

$$\beta = 3.16$$

Per cui: $P_f = \Phi(-\beta) = 7.9 \times 10^{-4}$

leggermente maggiore rispetto al caso precedente.

In sintesi si ha:

	Media $\mu(\text{kg/cm}^2)$	Dev. Standard $\sigma(\text{kg/cm}^2)$	Prob. di collasso P_f
Caso iniziale	$1.5 \mu_s$	$0.15 \sigma_R$	1.3×10^{-2}
Caso C1	$2 \mu_s$	$0.15 \sigma_R$	4.8×10^{-4} (27 volte meno probabile)
Caso C2	$1.5 \mu_s$	$0.10 \sigma_R$	7.9×10^{-4} (16 volte meno probabile)